

Technológia rozšírenej reality ako nástroj modelovania elementárnych pojmov aritmetiky

Alena Prídavková

PU Prešov

Pedagogická fakulta

Katedra matematickej edukácie



OLOMOUC, 19. - 21. 4. 2023

Olomouc, April 19.-21. 2023

KEGA 036PU-4/2021



Projekt KEGA 036PU–4/2021

Technológia rozšírenej reality v profesijnej matematickej príprave budúcich učiteľov elementaristov

Augmented Reality (AR)

Analýza možností začlenenia technológie rozšírenej reality do vyučovania matematiky na primárnom stupni vzdelávania

- Analýza obsahu
- Identifikované oblasti – implementácia AR

Aritmetika a algebra s metodikou

1. ročník Mgr. (učiteľstvo pre primárne vzdelávanie)

Výsledky vzdelávania:

Študent získa

- vedomosti,
- zručnosti
- kompetentnosti

týkajúce sa konceptualizácie aritmetických a algebrických pojmov, didaktického a edukačného systému matematickej prípravy žiakov v primárnom vzdelávaní.

Študent nadobudne **vedomosti**:

definovať vybrané pojmy z matematiky, na ktoré nadväzuje ich didaktická transformácia, v kontexte s cieľmi vyučovania matematiky v primárnom vzdelávaní,

popísať metodiku sprístupnenia pojmov matematiky vychádzajúc z porozumenia teoretických poznatkov,

vysvetliť didaktické postupy sprístupňovania elementárnych matematických pojmov s použitím korektnej odbornej terminológie.

Študent nadobudne **zručnosti**:

- analyzovať elementárne pojmy matematiky primárneho vzdelávania z pohľadu ich didaktickej transformácie, v súlade s cieľmi vyučovania matematiky definovaných v kurikulárnych dokumentoch,
- identifikovať vzťahy medzi teoretickými konceptami z oblasti aritmetiky a algebry a pojmami, ktorých predstavy sa kreujú v myslení žiakov mladšieho školského veku,
- analyzovať základné pedagogické dokumenty pre vyučovanie matematiky v primárnom vzdelávaní s cieľom identifikovať gradáciu typov úloh v konkrétnom obsahu,
- realizovať obsahovú analýzu učebných zdrojov (učebníc, pracovných zošitov) z matematiky z pohľadu zastúpenia elementov konkrétnych tematických oblastí,
- formulovať kognitívne ciele matematických úloh,
- identifikovať zameranie matematických úloh v súvislosti s operacionalizáciou cieľov.

Študent nadobudne **kompetentnosti**:

- vytvárať návrhy úloh z matematiky v súlade s odporúčaným výkonovým štandardom a svoje návrhy odborne-metodicky zdôvodniť,
- navrhnuť učebné činnosti žiaka v procese vytvárania matematických konceptov s využitím reprezentácií rôznej úrovne abstrakcie,
- vytvárať úlohy diferencovanej úrovne kognitívnej náročnosti orientované na rozvíjanie matematického myslenia žiakov mladšieho školského veku,
- uplatniť a zdôvodniť rôzne a metodicky správne postupy pri riešení úloh z aritmetiky a algebry.

Stručná osnova predmetu:

Výroková logika. Množiny.

Výrokové formy. Rovnice a nerovnice.

Binárne relácie. Zobrazenia. Funkcie.

Prirodzené čísla. Číselné sústavy.

Binárne operácie s prirodzenými číslami: sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie prirodzených čísel, vlastnosti.

Pamäťové počítanie s prirodzenými číslami.

Algoritmy písomného počítania s prirodzenými číslami.

Celé čísla. Základné pojmy deliteľnosti.

Zlomok, racionálne číslo.

Slovné úlohy. Zložené slovné úlohy.

Aplikačné úlohy – kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika, postupnosti.

AR v predmete

- Analýza obsahu z pohľadu možnosti aplikácie technológie AR
- Rôzne úrovne abstrakcie
- Rôzne reprezentácie matematických konceptov

Stručná osnova predmetu:

Výroková logika. Množiny.

Výrokové formy. Rovnice a nerovnice.

Binárne relácie. Zobrazenia. Funkcie.

Prirodzené čísla. Číselné sústavy.

Binárne operácie s prirodzenými číslami: sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie prirodzených čísel, vlastnosti.

Pamäťové počítanie s prirodzenými číslami.

Algoritmy písomného počítania s prirodzenými číslami.

Celé čísla. Základné pojmy deliteľnosti.

Zlomok, racionálne číslo.

Slovné úlohy. Zložené slovné úlohy.

Aplikačné úlohy – kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika, postupnosti.

možnosti využitia technológie AR

projektové výstupy (applety GeoGebra)

Prírodné číslo z oboru 0 až 999	vizualizácia v rovine xz
Prírodné číslo z oboru 0 až 999	vizualizácia v rovine xy
Zaokrúhľovanie na desiatky	- pre interval 0 až 500
Porovnávanie	- porovnávanie prírodných čísel do 20
Násobenie	- pre činitele v obore 0 až 20
Delenie so zvyškom jednociferným deliteľom	- v obore prírodných čísel do 100
Modely zlomku	propedeutika zlomku ako časť celku (pre menovateľ do 20)
Sčítanie s prechodom cez základ 10	- pre sčítance do 20
Komutatívnosť sčítania	- propedeutika pre sčítance do 20
Rovnica $a + x = b$ (1)	- propedeutika riešenia rovníc pre a, b prírodné čísla do 20, horizontálny model
Rovnica $a + x = b$ (2)	- propedeutika riešenia rovníc pre a, b prírodné čísla do 20, vertikálny guľôčkový model
Rovnica $a + x = b$ (3)	- propedeutika riešenia rovníc pre a, b prírodné čísla do 20, vertikálny valčekový model
Diofantická rovnica	- propedeutika Diofantickej rovnice tvaru $x+y=a$

Zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave

Skrátený, rozvinutý

Zadanie na predmete AAM

seminár - 4. týždeň semestra: analýza rôznych spôsobov a modelov prezentovania skráteneho a rozvinutého zápisu čísel (manipulácia, obrázkový mód, auditívny model, symbolický),



študenti vyplnili krátky test, ktorého cieľom bolo identifikovať úroveň ich poznania danej problematiky, Výpovede študentov (cca 130) boli analyzované z pohľadu prezentovaných typov zápisov (kvalitatívno-kvantitatívna analýza).



- 6. týždeň semestra - možnosti využitia AR (autorská aplikácia): v rámci výučby predmetu bol priestor venovaný prezentovaniu práce s aplikáciou. Vybraná bola problematika modelovania viacciferných čísel, konkrétne rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave,
- študenti tvorili návrhy na možnosti práce s AR vo vyučovaní,



Na konci semestra bol opätovne priestor venovaný zisťovaniu porozumenia, vnímania a schopnosti tvoriť rôzne modely zápisov čísel, porovnaniu jednotlivých modelov, identifikácii výhod a nevýhod jednotlivých modelov apod.

**Zadanie AAM: možnosti práce s technológiou rozšírenej reality
(AR – augmented reality)**

A. Prídavková

Téma: modely rozvinutého zápisu prirodzeného čísla (v desiatkovej číselnej sústave)
Modelovanie daného konceptu využitím technológie rozšírenej reality (AR – augmented reality).

Pri tvorbe modelov a úloh s danou problematikou možno použiť:
inteligentné mobilné zariadenie alebo tablet s nainštalovanou aplikáciou

[GeoGebra 3D Graphing Calculator](#)

voľne dostupnou na internete:

- o pre OS Android: <https://lnk.sk/pru9>,
- o pre iPad: <https://lnk.sk/lot8>,
- o pre iPhone: <https://lnk.sk/eet0>,

Postup inštalácie aplikácie na mobile ponúka nasledujúci videotutoriál:

<https://www.youtube.com/watch?v=5NLQYcO4wGo>

Ukážka postupu načítania materiálu pomocou kódu **jxvzwfhn** do 3D kalkulátora je spracovaná v nasledujúcom tutoriále:

<https://youtu.be/hW7rLX1Cnbk>

ZADANIE – pracujete v dvojiciach

1. Nainštalujte si do mobilného zariadenia aplikáciu GeoGebra 3D Graphing Calculator.
2. Otestujte/odskúšajte možnosti práce s jednotlivými appletmi, ktorých kódy sú uvedené v zozname nižšie. Analyzujte výhody a nevýhody ich využitia v praxi.
3. Na základe analýzy si zvolíte jeden z appletov a jeho výber zdôvodnite.
4. S využitím vybraného appletu navrhnete úlohy (súbor úloh), aktivít a pod. pre žiakov daného ročníka ZŠ. Vytvorte konkrétne formulácie pokynov, inštrukcií a otázok pre žiakov.

Zadanie, prípadne riešenie dokumentujte doplnením obrazovej prílohy (náhlady obrazovky, fotografie z appletu v rozšírenej realite AR, resp. v 3D).

Zoznam kódov pre analyzované aplikácie:

	aplikácia	kód
1.	Prirodzené číslo z oboru 0 až 999 vertikálna orientácia (stovky, desiatky, jednotky)	jefhxxh5
2.	Prirodzené číslo z oboru 0 až 999 horizontálna orientácia (stovky, desiatky, jednotky)	wdcrrvv2
3.	Prirodzené číslo z oboru 0 až 999 - vizualizácia v rovine xy (pruhový model)	qtngrxzu
4.	Prirodzené číslo z oboru 0 až 999 - vizualizácia v rovine xz (pruhový model)	cwwaqjhr
5.	Prirodzené číslo z oboru 0 až 9999 - vizualizácia v rovine xy (pruhový model)	ztabxemn

Spôsob a forma odovzdania spracovaného zadania:

Termín: do 21.11.2022

Kurz moodle: Aritmetika a algebra s metodikou – zadanie

Zadanie spracujte podľa štruktúry do elektronickej podoby (textový dokument), ktorý pomenujte svojimi priezviskami v tvare [priezvisko1-priezvisko2\(.docx\)](#).

Štruktúra pre spracovanie zadania:

Meno a priezvisko 1:

Meno a priezvisko 2:

Študijná skupina:

Výhody a nevýhody analyzovaných appletov:

Kód zvoleného appletu:

Zdôvodnenie výberu appletu:

Návrh úlohy (s pokynmi a obrázkovým materiálom):

Výsledky kvalitatívneho skúmania odovzdaných zadaní (modely zápisu čísel s použitím AR)

Modely čísla – rozvinutého zápisu (AR applety);

Očakávalo sa, že na základe skúseností s prácou s appletmi, ktoré boli aplikované práve na danú oblasť obsahu predmetu AAM, sa v prezentovaných možnostiach zápisu čísla v desiatkovej číselnej sústave vyskytnú aj modely využívajúce práve tieto applety (rôzne modely rozvinutého zápisu čísla).

Na základe analýzy produktov študentov možno konštatovať, že nevnímajú súvislosti medzi aktivitami realizovanými počas semestra. Jednotlivé témy sú pre nich izolované, separované o čom svedčí aj skutočnosť, že v T1 sa vyskytli aj modely rímskych čísel (téma číselné sústavy).

Výsledky kvalitatívneho skúmania odovzdaných zadaní (modely zápisu čísel s použitím AR)

Je však prekvapivé, že nedokázali implementovať skúsenosti zo samostatnej práce s appletmi, kedy mali vytvorenú príležitosť na analýzu, tvorbu vlastných návrhov na prácu s AR v danej oblasti.

Zrejme dôvodom tejto skutočnosti je fakt, že forma bola prioritná nad obsahom. Pri analýze funkčnosti jednotlivých appletov sa obsah dostal do úzadia a takmer nikto z nich si neuvedomil, že ide o jednu z možností modelovania zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave (dôkazom toho je skutočnosť, že len v troch prípadoch sa vyskytli „náznaky“ modelov, ktoré možno považovať za analogické tým, ktoré sa vyskytli v appletoch pre AR).

Zapište dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite: päťstotri

503 skrátený zápis čísla 503

$5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ - rozšírený zápis čísla 503

|503| - absolútna hodnota čísla 503

503 - 5 krát desať - stovky

- ~~0~~ znak piť - desiatky

- 3 x jednotka - jednotky

503 - 5 - tabličiek 10x10

0 - žltých kociek - desiatky

3 - zelené kocky - jednotky

73
14
12

ΔΔΔΔΔ ||| - grafický zápis čísla

$503 = 250 \cdot 2 + 3 \cdot 1 =$

~~503 = 250 \cdot 2 + 3 \cdot 1 =~~

$= 5 \cdot 50 \cdot 2 + 3 \cdot 1 =$

$= 5 \cdot 25 \cdot 2 + 3 \cdot 1 =$

$= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 + 3 \cdot 1$ - možnosť na prôcinné

503 – 5 tabličiek 10x10

0 – žltých kociek - desiatky

3 zelené kocky – jednotky

Tento model možno považovať za model pripomínajúci použitie elementov v jednom z appletov. Jednotky, desiatky a stovky sú modelované pomocou kociek (v tomto prípade rôznej farby), kde stovky sú prezentované ako tablička (s rozmermi 10x10 kociek - jednotkových). Autorka prezentuje model popisne, nie je doplnená grafická, obrázková reprezentácia. Postupuje od stoviek, cez desiatky ku jednotkám.

V tomto modeli sa vyskytuje miskoncepcia v zmysle použitia identického elementu/symbolu pre jednotky aj pre desiatky. Desiatky by mali byť reprezentované ako model obsahujúci desať jednotiek (útvár zložený z desiatich kociek/jednotiek). Možno však uvažovať o diferenciácii elementov použitých pre modelovanie jednotiek a stoviek zo strany študentky, nakoľko uvažuje o kockách rôznej farby.

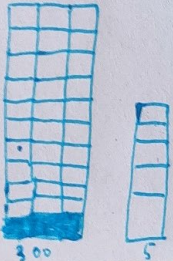
Zapište dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:
tristopäť

000 11111 - grafické znázornenie
305

□□□ 11111

305 - rozloženie čísla
300 5

300+5



H1
H2a
H3
AD

Obrázok, na ktorom sú znázornené jednotky – ako 5 štvorcov uložených vo zvislom smere a

Stovky – ako tri desaťposchodové veže (zrejme ako tri stovky).

V tomto modeli nie sú žiadnym spôsobom diferencované elementy/symboly, ktoré reprezentujú jednotky a stovky. Sú aplikované takmer identické symboly.

V prípade stoviek, jeden štvorec znamená jednu desiatku (na obrázku je ich spolu 3x10, 30 desiatok).

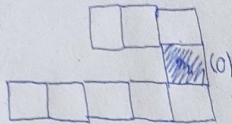
Nie je žiadnym spôsobom bližšie vysvetlený dôvod použitia tohto symbolu.

Vznikla tu miskoncepcia, ktorá poukazuje na to, že nie je jednoznačne a korektne pochopený/osvojený princíp znázornenia/modelovania/vizualizácie rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave.

Zapište dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:
päťstotri

← 503

← ~~XXXXXXXXXX~~

←  (0)

← 00000 III

← 500 + 3 = 503

← 5 - 00000
0 -
3 - III

← ~~XXXXXXXXXX~~

← 300 + 200 + 3 = 503

M1
h2a
h3
A2

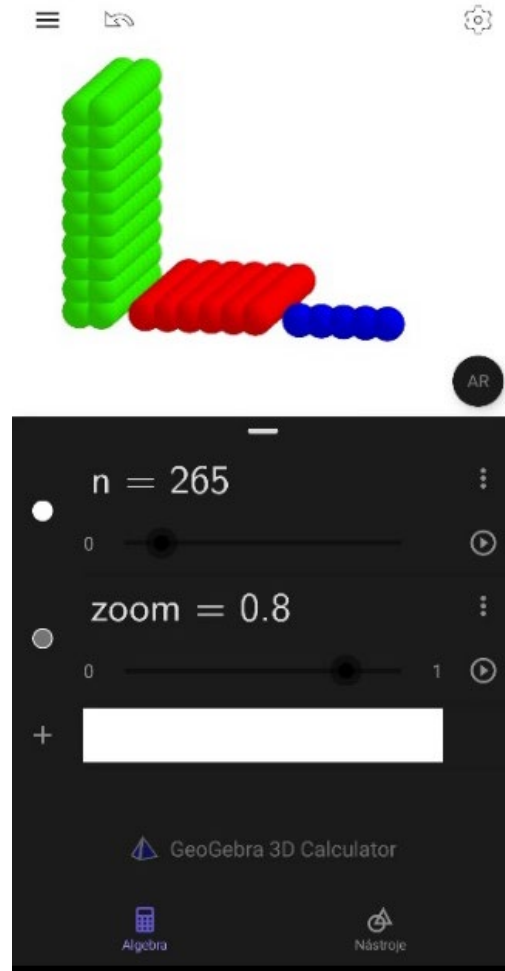
Obrázok, na ktorom je dané číslo modelované v troch riadkoch, od stoviek smerom k jednotkám (zdola nahor).

- tri riadky (zdola hore: stovky, desiatky, jednotky)
- v 1. riadku sú znázornené stovky (5 štvorcov vedľa seba – vodorovne, sprava doľava)
- druhý riadok/desiatky – žiadne štvorce (označené ako vyšrafovaný štvorec)
- tretí riadok – tri štvorce vedľa seba vodorovne (sprava doľava).

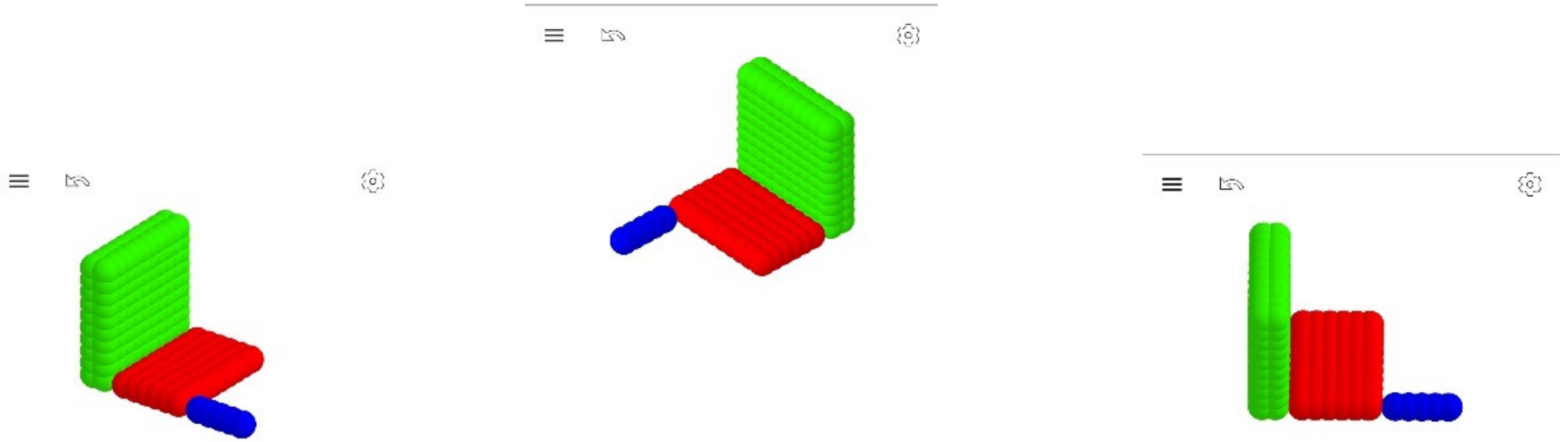
V tomto znázornení sú použité identické elementy pre modelovanie/reprezentáciu jednotiek, desiatok aj stoviek, nie sú žiadnym spôsobom diferencované. Autorka neuvádza žiadne bližšie vysvetlenie, ktoré by mohlo viesť k detailnejšiemu porozumeniu procesu tvorby daného modelu.

Možnosti využitia technológie AR pri modelovaní rozvinutého
zápisu prirodzeného čísla

Model prirodzeného čísla znázornený v aplikácii GeoGebra 3D Graphing Calculator.



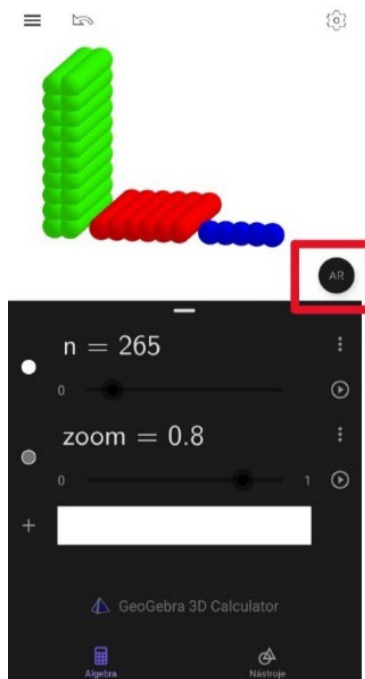
S vytvoreným virtuálnym modelom je možné ďalej manipulovať (rotovať ho a meniť tak jeho polohu, vymodelovať rôzne pohľady na model čísla a pod.).



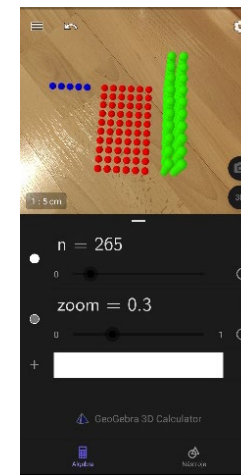
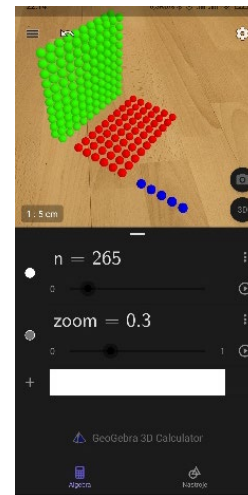
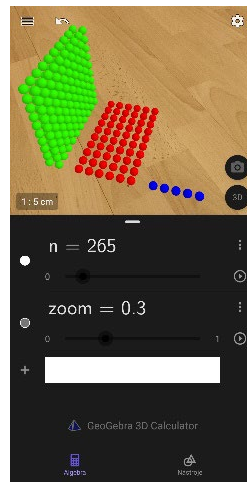
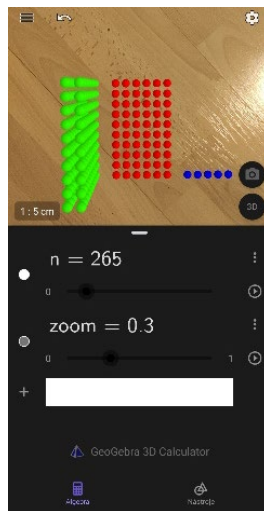
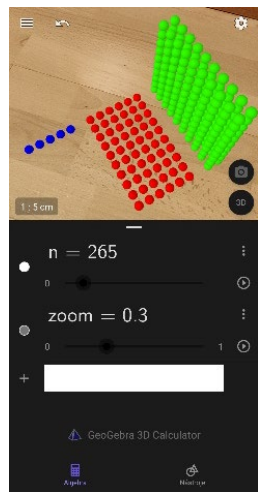
Po kliknutí na ikonku AR je v mobilnom zariadení aktivovaná funkcionálna zobrazenia objektu v rozšírenej realite.

Vytvorený je virtuálny model prirodzeného čísla v priestore, ktorý je spracovaný technológiou AR.

V tomto móde je dané číslo modelované ako 3D objekt umiestnený v reálnom priestore a existujú tak ďalšie možnosti pre znázornenie modelu čísla, na manipuláciu s ním, na prácu s modelom pri rôznych pohľadoch na neho.



Ikona na prepínanie medzi prácou v rozšírenej realite a 3D zobrazením objektu.



Virtuálny model prirodzeného čísla v 3D spracovaný technológiou AR – rôzne pohľady.

V prostredí je možné meniť vstupné údaje zadaním čísla v číselnom obore od 0 do 999.

Užívateľ má možnosť sledovať proces vytvárania číselného radu (čísel v číselnom rade), pri ktorom je prezentovaný princíp desiatkovej číselnej sústavy (zoskupovanie jednotiek nižšieho rádu po desať a vytvorenie jednotky rádu vyššieho).

Zaradením uvedeného edukačného prostriedku vzniká veľa možností pre tvorbu zadaní úloh. Uvádzame niekoľko príkladov:

Na displeji je znázornené číslo. Koľko má dané číslo jednotiek, desiatok, stoviek?

Vymodeluj číslo 352, 302 a pod.

Porovnaj dve čísla, ktoré vidíš.

Vymodeluj číslo, ktoré má dve desiatky a jednu stovku. Poradie zadávania počtu jednotiek, desiatok, stoviek je možné meniť.

Nájdí také číslo, v ktorého modeli chýbajú červené/modré/zelené guľičky. Číslo zapíš. (napr. 902)

Aké najväčšie číslo dokážeš vymodelovať? Vieš ho prečítať?

Ďakujem